2 REGLAS DE DERIVACIÓN

2.1 DERIVADA DE UNA POTENCIA, DE UNA SUMA Y DEL PRODUCTO POR UN NÚMERO

- $f(x) = k$ (constante) $\rightarrow$ $f'(x) = 0$
- $f(x) = x$ $\rightarrow$ $f'(x) = 1$
- $f(x) = x^n$ $\rightarrow$ $f'(x) = nx^{n-1}$
- $F(x) = f(x) \pm g(x)$ $\rightarrow$ $F'(x) = f'(x) \pm g'(x)$
- $F(x) = k \cdot f(x)$ $\rightarrow$ $F'(x) = k \cdot f'(x)$

EJERCICIO RESUELTO

Halla la derivada de las siguientes funciones:

a) $f(x) = x^4 - \frac{3}{4}x^3 + 2x - 1$ ***b)*** $f(x) = \sqrt{x}$

c) $f(x) = \frac{3}{5x^4}$ ***d)*** $f(x) = \frac{x^2}{\sqrt[3]{x}}$

Resolución

a) $f'(x) = 4x^3 - \frac{3}{4} \cdot 3x^2 + 2 = 4x^3 - \frac{9}{4}x^2 + 2$

b) $f(x) = x^{1/2} \rightarrow f'(x) = \frac{1}{2}x^{1/2-1} = \frac{1}{2}x^{-1/2} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

c) $f(x) = \frac{3}{5}x^{-4} \rightarrow f'(x) = \frac{3}{5} \cdot (-4) \cdot x^{-4-1} = \frac{-12}{5}x^{-5} = \frac{-12}{5x^5}$

d) $f(x) = \frac{x^2}{x^{1/3}} = x^{2-1/3} = x^{5/3} \rightarrow f'(x) = \frac{5}{3}x^{2/3} = \frac{5\sqrt[3]{x^2}}{3}$

Halla la derivada de cada una de estas funciones:

1. $f(x) = 2x + 1$ $\rightarrow$ $f'(x) =$
2. $f(x) = \frac{3x-2}{4}$ $\rightarrow$ $f'(x) =$
3. $f(x) = \frac{3}{4}$ $\rightarrow$ $f'(x) =$
4. $f(x) = \frac{x}{2} + 3$ $\rightarrow$ $f'(x) =$
5. $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$ $\rightarrow$ $f'(x) =$
6. $f(x) = \frac{3x^5}{5} - \frac{4x}{3} + 5$ $\rightarrow$ $f'(x) =$
7. $f(x) = \frac{4\pi - 2}{3}$ $\rightarrow$ $f'(x) =$

8 $f(x) = \frac{4}{3}(x^2 - \frac{3}{4}x + 2)$ $\rightarrow$ $f'(x) =$

9 $f(x) = \frac{x^2}{5} - \frac{x}{4} + \sqrt{5}$ $\rightarrow$ $f'(x) =$

10 $f(x) = \frac{x}{7} - \sqrt{7x} = \frac{x}{7} - \sqrt{7} \cdot \sqrt{x}$ $\rightarrow$ $f'(x) =$

11 $f(x) = \frac{1}{x}$ $\rightarrow$ $f'(x) =$

12 $f(x) = \frac{3}{x^2}$ $\rightarrow$ $f'(x) =$

13 $f(x) = \frac{5}{3x^3}$ $\rightarrow$ $f'(x) =$

14 $f(x) = \sqrt[3]{x^4}$ $\rightarrow$ $f'(x) =$

15 $f(x) = \frac{\sqrt{3x}}{x^2}$ $\rightarrow$ $f'(x) =$

16 $f(x) = \frac{3\sqrt{x^3}}{2x^4}$ $\rightarrow$ $f'(x) =$

17 $f(x) = \frac{2}{x} + \frac{x}{2}$ $\rightarrow$ $f'(x) =$

18 $f(x) = \frac{\sqrt[3]{x^2}}{3} - \frac{x}{3} + \sqrt{5}$ $\rightarrow$ $f'(x) =$

19 $f(x) = \sqrt[4]{\frac{1}{x^3}}$ $\rightarrow$ $f'(x) =$

20 $f(x) = \sqrt{\frac{3}{x^5}}$ $\rightarrow$ $f'(x) =$

21 $f(x) = \frac{2\sqrt{x}}{x} - \frac{3}{x^2} + \frac{1}{x}$ $\rightarrow$ $f'(x) =$

22 $f(x) = x - \frac{3\sqrt{5}}{4} + \frac{1}{x^2}$ $\rightarrow$ $f'(x) =$

23 $f(x) = \frac{x^2}{3} - \frac{3}{x^2} + \frac{3\sqrt{5}}{2}$ $\rightarrow$ $f'(x) =$

24 $f(x) = \frac{x^3}{3} - 4\sqrt{x} - \frac{2}{x^3} - x^2\sqrt{x}$ $\rightarrow$ $f'(x) =$

25 $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 1}{x} = \frac{x^2}{x} - \frac{3x}{x} + \frac{1}{x}$ $\rightarrow$ $f'(x) =$

2.2 OTRAS REGLAS DE DERIVACIÓN

- $F(x) = f(x) \cdot g(x) \rightarrow F'(x) = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$
- $F(x) = \dfrac{f(x)}{g(x)} \rightarrow F'(x) = \dfrac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{(g(x))^2}$
- $f(x) = sen\ x \rightarrow f'(x) = cos\ x$
- $f(x) = cos\ x \rightarrow f'(x) = -sen\ x$
- $f(x) = tg\ x \rightarrow f'(x) = 1 + tg^2\ x = \dfrac{1}{cos^2\ x}$
- $f(x) = arc\,sen\ x \rightarrow f'(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$
- $f(x) = arc\,cos\ x \rightarrow f'(x) = \dfrac{-1}{\sqrt{1 - x^2}}$
- $f(x) = arc\,tg\ x \rightarrow f'(x) = \dfrac{1}{1 + x^2}$
- $f(x) = e^x \rightarrow f'(x) = e^x$
- $f(x) = a^x \rightarrow f'(x) = a^x \cdot ln\ a$
- $f(x) = ln\ x \rightarrow f'(x) = \dfrac{1}{x}$
- $f(x) = log_a\ x \rightarrow f'(x) = \dfrac{1}{x} \cdot \dfrac{1}{ln\ a}$

Halla la derivada de las siguientes funciones:

1. $f(x) = 3\ sen\ x - 2\ cos\ x \rightarrow f'(x) =$

2. $f(x) = 4\ tg\ x + e^x \rightarrow f'(x) =$

3. $f(x) = \underbrace{x}_{F(x)} \cdot \underbrace{ln\ x}_{G(x)} \rightarrow f'(x) = \underbrace{1}_{F'(x)} \cdot \underbrace{ln\ x}_{G(x)} + \underbrace{x}_{F(x)} \cdot \underbrace{\frac{1}{x}}_{G'(x)} = ln\ x + 1$

4. $f(x) = x\ e^x \rightarrow f'(x) =$

5. $f(x) = (x^2 + 1) \cdot sen\ x \rightarrow f'(x) =$

6. $f(x) = 2^x \cdot tg\ x \rightarrow f'(x) =$

7. $f(x) = (x^2 - \dfrac{x}{3}\ e^x) \rightarrow f'(x) =$

8. $f(x) = (x^3 - 2x + 1) \cdot cos\ x \rightarrow f'(x) =$

9 $f(x) = 3^x + \ln x - \frac{1}{x}$ $\rightarrow$ $f'(x) =$

10 $f(x) = 2^x + \log_2 x$ $\rightarrow$ $f'(x) =$

11 $f(x) = x^2 e^x + 2x \ln x$ $\rightarrow$ $f'(x) =$

12 $f(x) = \sqrt{x}\ sen\ x - \log_3 5$ $\rightarrow$ $f'(x) =$

13 $f(x) = \frac{4x}{x+1} = \frac{F(x)}{G(x)}$ $\rightarrow$ $f'(x) = \frac{\overbrace{4}^{F'(x)} \cdot \overbrace{(x+1)}^{G(x)} - \overbrace{4x}^{F(x)} \cdot \overbrace{1}^{G'(x)}}{\underbrace{(x+1)^2}_{(G(x))^2}} = \frac{4x+4-4x}{(x+1)^2} = \frac{4}{(x+1)^2}$

14 $f(x) = \frac{x^2-1}{2x+2}$ $\rightarrow$ $f'(x) =$

15 $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$ $\rightarrow$ $f'(x) =$

16 $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ $\rightarrow$ $f'(x) =$

17 $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ $\rightarrow$ $f'(x) =$

18 $f(x) = \frac{1}{x^2+1}$ $\rightarrow$ $f'(x) =$

19 $f(x) = \frac{x^3}{x+2}$ $\rightarrow$ $f'(x) =$

20 $f(x) = \frac{2x-1}{3x+2}$ $\rightarrow$ $f'(x) =$

21 $f(x) = \frac{x^2}{x^2-1}$ $\rightarrow$ $f'(x) =$

22 $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x+2}$ $\rightarrow$ $f'(x) =$

23 $f(x) = (x^2-1)\sqrt{x}$ $\rightarrow$ $f'(x) =$

24 $f(x) = 3\ arc\ sen\ x$ $\rightarrow$ $f'(x) =$

25 $f(x) = 2\ arc\cos x + e^x$ $\rightarrow$ $f'(x) =$

26 $f(x) = 5\ arc\ tg\ x$ $\rightarrow$ $f'(x) =$

27 $f(x) = \frac{x e^x - \ln x}{2}$ $\rightarrow$ $f'(x) =$

28 $f(x) = 3^x\ sen\ x - \log_2 x$ $\rightarrow$ $f'(x) =$

2.3 DERIVADA DE UNA FUNCIÓN COMPUESTA. REGLA DE LA CADENA

$$F(x) = (g\ f)\ (x) = g\ (f(x)) \quad \rightarrow \quad F'(x) = g'\ (f(x)) \cdot f'\ (x)$$

Las reglas de derivación aplicadas a funciones compuestas quedan así:

- $F(x) = (f(x))^n \quad \rightarrow \quad F'(x) = n \cdot (f(x))^{n-1} \cdot f'(x)$
- $F(x) = sen\ (f(x)) \quad \rightarrow \quad F'(x) = cos\ (f(x)) \cdot f'(x)$
- $F(x) = cos\ (f(x)) \quad \rightarrow \quad F'(x) = -sen\ (f(x)) \cdot f'(x)$
- $F(x) = tg\ (f(x)) \quad \rightarrow \quad F'(x) = (1 + tg^2\ (f(x)) \cdot f'(x) = \dfrac{f'(x)}{cos^2\ (f(x))}$
- $F(x) = arc\,sen\ (f(x)) \quad \rightarrow \quad F'(x) = \dfrac{f'(x)}{\sqrt{1 - (f(x))^2}}$
- $F(x) = arc\,cos\ (f(x)) \quad \rightarrow \quad F'(x) = \dfrac{-f'(x)}{\sqrt{1 - (f(x))^2}}$
- $F(x) = arc\,tg\ (f(x)) \quad \rightarrow \quad F'(x) = \dfrac{f'(x)}{1 + (f(x))^2}$
- $F(x) = e^{f(x)} \quad \rightarrow \quad F'(x) = e^{f(x)} \cdot f'(x)$
- $F(x) = a^{f(x)} \quad \rightarrow \quad F'(x) = a^{f(x)} \cdot f'(x) \cdot ln\ a$
- $F(x) = ln\ (f(x)) \quad \rightarrow \quad F'(x) = \dfrac{f'(x)}{f(x)}$
- $F(x) = log_a\ (f(x)) \quad \rightarrow \quad F'(x) = \dfrac{f'(x)}{f(x)} \cdot \dfrac{1}{ln\ a}$

EJERCICIO RESUELTO

Halla la derivada de estas funciones:

a) $f(x) = (x^2 - 3x)^7$

b) $g(x) = sen^3\ x = (sen\ x)^3$

c) $h(x) = ln^3\ (x^2 + 3) = [ln\ (x^2 + 3)]^3$

RESOLUCIÓN

a) $f'(x) = 7(x^2 - 3x)^6 \cdot (2x - 3) = (14x - 21)\ (x^2 - 3x)^6$

b) $g'(x) = 3\ sen^2\ x \cdot cos\ x$

c) $h'(x) = 3\ [ln\ (x^2 + 3)]^2 \cdot \dfrac{1}{x^2 + 3} \cdot 2x = \dfrac{6x\ ln^2\ (x^2 + 3)}{x^2 + 3}$

Halla la derivada de las siguientes funciones:

1. $f(x) = (x^2 + 5)^6 \rightarrow f'(x) =$
2. $f(x) = sen\,(x^2 - 1) \rightarrow f'(x) =$
3. $f(x) = cos\,(ln\,x) \rightarrow f'(x) =$
4. $f(x) = tg\,(2x - 3x^2) \rightarrow f'(x) =$
5. $f(x) = e^{3x^2 + 1} \rightarrow f'(x) =$
6. $f(x) = 2^{4x + 1} \rightarrow f'(x) =$
7. $f(x) = cos^2 x \rightarrow f'(x) =$
8. $f(x) = e^{3x} \rightarrow f'(x) =$
9. $f(x) = ln\,(3x^2 - 6) \rightarrow f'(x) =$
10. $f(x) = ln\left(\frac{3x^2 - 1}{2}\right) \rightarrow f'(x) =$
11. $f(x) = arc\,tg\,(3x^2 + 2x) \rightarrow f'(x) =$
12. $f(x) = arc\,sen\,(x^2) \rightarrow f'(x) =$
13. $f(x) = arc\,cos\,(x^3 - 1) \rightarrow f'(x) =$
14. $f(x) = sen\,(3x^2 - 1)^2 \rightarrow f'(x) =$
15. $f(x) = sen^2\,(3x^2 - 1) \rightarrow f'(x) =$
16. $f(x) = 3^{cos\,x} \rightarrow f'(x) =$
17. $f(x) = ln\left(\frac{x + 1}{x - 2}\right) \rightarrow f'(x) =$
18. $f(x) = \left(\frac{x^2 - 1}{x + 2}\right)^2 \rightarrow f'(x) =$
19. $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x} \rightarrow f'(x) =$
20. $f(x) = \frac{x + 1}{(x - 2)^2} \rightarrow f'(x) =$
21. $f(x) = \frac{(2x + 1)^2}{x - 1} \rightarrow f'(x) =$
22. $f(x) = \frac{(3x - 1)^2}{2x + 1} \rightarrow f'(x) =$
23. $f(x) = \frac{e^x}{(x - 1)^2} \rightarrow f'(x) =$

2.4 EJERCICIOS DE RECAPITULACIÓN

Halla la derivada de las siguientes funciones:

1. $f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{4} + \frac{2}{3} \rightarrow f'(x) =$
2. $f(x) = \frac{x^5}{3} - \frac{2}{x^2} + 3 \rightarrow f'(x) =$
3. $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{5} \rightarrow f'(x) =$
4. $f(x) = (3x - 2)\, e^x \rightarrow f'(x) =$
5. $f(x) = \sqrt{x} - \frac{2}{x^3} + \sqrt{5} \rightarrow f'(x) =$
6. $f(x) = \frac{1}{x} - \frac{\sqrt[3]{x}}{3} + 2x^2 \rightarrow f'(x) =$
7. $f(x) = \frac{\sqrt[3]{x}}{x^2} - \frac{x^2 - 1}{3} \rightarrow f'(x) =$
8. $f(x) = \frac{x^3 - 3x^4 + 2x + 1}{x} \rightarrow f'(x) =$
9. $f(x) = \frac{3}{2x^2} - \frac{2x^2}{3} + ln\, 5 \rightarrow f'(x) =$
10. $f(x) = \sqrt{\frac{2}{x^3}} - \frac{x^2}{3} + \sqrt{2} \rightarrow f'(x) =$
11. $f(x) = \frac{2\sqrt{3}}{4} + \frac{3\, ln\, x}{2} \rightarrow f'(x) =$
12. $f(x) = sen\, x \cdot cos\, x \rightarrow f'(x) =$
13. $f(x) = \frac{e^x}{x^2 - 1} \rightarrow f'(x) =$
14. $f(x) = \frac{x^2 - 1}{2x + 1} \rightarrow f'(x) =$
15. $f(x) = (x^2 - 1)\, e^x - ln\, x \rightarrow f'(x) =$
16. $f(x) = 2^x - 3\, tg\, x \rightarrow f'(x) =$
17. $f(x) = x^3\, e^x + x^2\, sen\, x \rightarrow f'(x) =$
18. $f(x) = \frac{x - 1}{3x - 2} \rightarrow f'(x) =$
19. $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{sen\, x} \rightarrow f'(x) =$

20 $f(x) = (x^2 - 1)^4 \rightarrow f'(x) =$

21 $f(x) = \left(\frac{x-1}{x+2}\right)^3 \rightarrow f'(x) =$

22 $f(x) = \frac{2x-1}{(x+1)^2} \rightarrow f'(x) =$

23 $f(x) = \frac{x+1}{(x-1)^3} \rightarrow f'(x) =$

24 $f(x) = ln\left(\frac{x-1}{x+4}\right) \rightarrow f'(x) =$

25 $f(x) = cos^2(3x - 2) \rightarrow f'(x) =$

26 $f(x) = \sqrt{sen\ x} \rightarrow f'(x) =$

27 $f(x) = ln(sen\ x^2) \rightarrow f'(x) =$

28 $f(x) = e^{4x-1} \cdot sen(3x^2) \rightarrow f'(x) =$

29 $f(x) = 2^{4x^2-1} \cdot ln(8x) \rightarrow f'(x) =$

30 $f(x) = \frac{(2x+3)^2}{1-x} \rightarrow f'(x) =$

31 $f(x) = tg\left(\frac{2}{x-3}\right) \rightarrow f'(x) =$

32 $f(x) = \frac{e^{5x+1}}{x+2} \rightarrow f'(x) =$

33 $f(x) = \frac{ln^2 x}{x} \rightarrow f'(x) =$

34 $f(x) = \frac{x\,e^x}{x+2} \rightarrow f'(x) =$

35 $f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{3x+4} \rightarrow f'(x) =$

36 $f(x) = \sqrt{\frac{3x+1}{x+2}} \rightarrow f'(x) =$

37 $f(x) = arc\,tg(x^2 + 2) \rightarrow f'(x) =$

38 $f(x) = \sqrt{arc\,tg\ x} \rightarrow f'(x) =$

39 $f(x) = \frac{3\ arc\,sen(2x-1)}{4} \rightarrow f'(x) =$

40 $f(x) = arc\,cos(\sqrt{x}) \rightarrow f'(x) =$