DERIBAGARRITASUNA

272/ $\boxed{32}$ $f(x) = \begin{cases} ax^2+3x & x \le 2 \\ x^2-bx-4 & x>0 \end{cases}$

1.) DEFINIZIO EREMUA.

$f_1(x) = ax^2+3x$
$f_2(x) = x^2-bx-4$ } Funtzio polinomikoak dira, Dom f = $\mathbb{R}$ eta beraz jarraiak eta deribagarriak dagokien tarteetan.

DERIBARRIA izateko, jarraia izan behar da eta albo deribatuak bardinak eta finituak izan behar dira.

Aztertu egingo da x= 2 danean.

2) JARRAITASUNA.

Jarraia izateko f(2) eta limitea bardina izan behar da.

I) $f(2) = 4a+6$.

II) $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$ $\begin{cases} \lim\limits_{x\to 2^-}(ax^2+3x) = 4a+6 \\ \lim\limits_{x\to 2^+}(x^2-bx-4) = \cancel{4}-2b-\cancel{4} \\ = -2b \end{cases}$

limitea existitzeko albo limiteak bardinak eta finituak izan behar dira.

$\lim\limits_{x\to 2^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 2^+} f(x) \Rightarrow 4a+6 = -2b$

$\boxed{2a+b=-3}$

III) $f(2) = \lim\limits_{x\to 2} f(x)$

Jarraia izateko x= 2 denean:

$2a+b=-3$

33

$$f(x)=\begin{cases} x^3-x & x\leq 0 \\ ax+b & x>0 \end{cases}$$

Definizio Eremua

$f_1(x)=x^3-x$ eta $f_2(x)=ax+b$, funtzio polinomikoak euren definizio eremua $\mathbb{R}$ denez, jarraiak eta deribagarriak izango dira dagokien tarteetan.

Aztertuko dugu $x=0$ denean:

Funtzioa DERIBAGARRIA izateko:

- Jarraia izan behar da eta
- Albo deribatuak berdinak eta finituak izan behar dira

JARRAITASUNA: Funtzioak hartzen duen balioa eta limitea berdinak izan behar dira

I) $f(0)=0$

II) $\lim_{x\to 0}\begin{cases}\lim_{x\to 0^+} ax+b=b \\ \lim_{x\to 0^-} x^3-x=0\end{cases}$ limitea egoteko albo limiteak berdinak eta finituak izan behar dira: $\boxed{b=0}$

III) $f(0)=\lim_{x\to 0} f(x)=0$

DERIBAGARRITASUNA

Albo deribatuak berdinak eta finituak izateko:

$$f'(x)\begin{cases}3x^2-1 & x<0 \\ a & x>0\end{cases}$$

$\boxed{a=-1}$

$f'(0^-)=\lim_{x\to 0^-}(3x^2-1)=-1$

$f'(0^+)=\lim_{x\to 0^+} a=a$

ONDORIOZ

Deribagarria izateko $\mathbb{R}$-n

$\boxed{a=-1 \text{ eta } b=0}$

46 $f(x)=\begin{cases} x\ln x & 0<x\leq 1 \\ a(1-e^{1-x}) & 1<x \end{cases}$

$f_1(x)=x\ln x$ Domf $=(0,+\infty)$
$f_2(x)=a(1-e^{1-x})$ Domf $=\mathbb{R}$

} Funtzioak jarraiak dira, eta deribagarriak dagokien tarteetan

- Aztertu egingo da $x=1$ denean.
- Deribagarria izateko, jarraia eta albo deribatuak bardinak eta finituak izan behar dira $x=1$ denean

Jarraitasuna

1) $f(1)=0$

2) $\lim\limits_{x\to 1} f(x) \begin{cases} \lim\limits_{x\to 1^-} x\ln x = 0 \\ \lim\limits_{x\to 1^+} a(1-e^{1-x}) = 0. \end{cases}$

$\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 1^+} f(x) \longrightarrow \exists \lim\limits_{x\to 1} f(x)=0$

3) $f(1)=\lim\limits_{x\to 1} f(x)$

Jarraia izateko $f(1)$ eta $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$, bardinak direnez jarraia da $x=1$ denean

Deribagarritasuna

Albo deribatuak bardinak eta finituak izan behar dira.

$f'(x)\begin{cases} \ln x + 1 & 0<x<1 \\ a e^{1-x} & 1<x. \end{cases}$

$f'(1^-)=\lim\limits_{x\to 1^-}(\ln x+1)=1$

$f'(1^+)=\lim\limits_{x\to 1^+} a e^{1-x}=a$

$\longrightarrow$ $a=1$

$\mathbb{R}$ osoan deribagarria izateko $a=1$ izan behar da

47 $f(x) = \begin{cases} (x-1)^2 & x \le 1 \\ (x-1)^3 & x > 1 \end{cases}$ $\quad g'(x) = f'(x)$

Tarte bakoitzean definitutako funtzioak polinomikoak izanda, deribagarriak dira dagokien tarteetan.

Deribagarria izango x=1 denean aztertuko da.
Deribagarria izateko jarraia eta albo deribatuak bardinak eta finituak izan behar dira.

Jarraitasuna

1) $f(1) = 0$

2) $\lim_{x\to 1} f(x)$ $\begin{cases} \lim_{x\to 1^-} (x-1)^2 = 0 \\ \lim_{x\to 1^+} (x-1)^3 = 0 \end{cases}$ $\left\{ \lim_{x\to 1^-} f(x) = \lim_{x\to 1^+} f(x) \right.$ Albo limit bardinak eta finituak

$\rightarrow \lim_{x\to 1} f(x) = 0$

3) $\boxed{f(1) = \lim_{x\to 1} f(x) = 0}$

Jarraia da x=0 denean

Deribagarria izateko alb. deribatuak:

$$f'(x) = \begin{cases} 2(x-1) & x < 1 \\ 3(x-1)^2 & x > 1 \end{cases}$$

$$\left.\begin{array}{l} f'(1^-) = \lim_{x\to 1^-} 2(x-1) = 0 \\ f'(1^+) = \lim_{x\to 1^+} 3(x-1)^2 = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow f'(1^-) = f'(1^+)$$

ONDORIOZ
f(x) deribagarria da R osoan

Definitzen dogu $g(x) = f'(x)$

$$g(x) = \begin{cases} 2(x-1) & x \leq 1 \\ 3(x-1)^2 & x > 1. \end{cases}$$

$g(x)$ jarraia da ... $\leftarrow$ $\quad (f'(1^-) = f'(1^+))$

Aztertzen dugu deribagarritasuna

$$g'(x) = \begin{cases} 2 & x < 1 \\ 6(x-1) & x > 1. \end{cases}$$

$$\left.\begin{aligned} g'(1^-) &= \lim_{x\to 1^-} 2 = 2 \\ g'(1^+) &= \lim_{x\to 1^+} 6(x-1) = 0. \end{aligned}\right\}$$

Albo deribatuak desberdinak dira beraz

et da deribagarria $x = 1$ denean $g(x)$

$$g'(1^-) \neq g'(1^+)$$

28) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{1-x}{e^x} & x<0 \\ x^2+ax+b & x\geq 0 \end{cases}$

$Dom f = \mathbb{R}$.

DERIBAGARRIA IZATEKO: JARRAIA IZAN BEHAR DA ETA ALBO DERIBATUAK BARDINAK ETA FINITOAK IZAN BEHAR DIRA

JARRAITASUNA $\left.\begin{array}{l} \exists f(x_0) \\ \exists \lim\limits_{x\to x_0} f(x) \end{array}\right\} f(x_0) = \lim\limits_{x\to x_0} f(x)$

1) $f(0) = 0^2 + a\cdot 0 + b = b$.

2) $\lim\limits_{x\to 0} f(x) \left| \begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 0^-} \dfrac{1-x}{e^x} = 1. \\ \lim\limits_{x\to 0^+} x^2+ax+b = b. \end{array} \right\}$ limitea existitzeko: $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ $\boxed{b=1}$

3) $f(0) = \lim\limits_{x\to 0} f(x) = 1$.

DERIBAGARRITASUNA

$$f'(x) = \frac{-1\cdot e^x - (1-x)\cdot e^x}{(e^x)^2} = \frac{-1-1+x}{e^x} = \frac{x-2}{e^x}$$

$$f'(x) = \begin{cases} \dfrac{x-2}{e^x} & x<0 \\ 2x+a & x>0. \end{cases}$$

$\left.\begin{array}{l} f'(0^-) = \lim\limits_{x\to 0^-} \dfrac{x-2}{e^x} = -2 \\ f'(0^+) = \lim\limits_{x\to 0^+} 2x+a = a \end{array}\right\}$ Albo deribatuak bardinak eta finituak izateko $\boxed{a=-2}$

ONDORIOZ $b=1$, $a=-2$ denean $f(x)$ DERIBAGARRIA da $\mathbb{R}$ osoan.