ZELAN AUKERATU INTEGRALA EBAZTEKO METODORIK EGOKIENA

EZ hasi kalkulua egiten pentsatu barik. Aztertu integratu behar dan funtzioa. Hauek dira jarraitu daikezuzan pausuak.

1. Deskonposatu integrala, integral sinpleagoetan.

$$\int [f(x)+g(x)]dx = \int f(x)\,dx + \int g(x)\,dx$$

$$\int c\cdot f(x)dx = c\int f(x)\,dx$$

2. Ahal bada **BERREKETA BAKARRA BIHURTU,** berreketa integratuz.

$$\int \frac{x^3}{\sqrt{x}}dx = \int x^{3-\frac{1}{2}}dx = \int x^{\frac{5}{2}}dx$$

3. **JATORRIA EZAGUTZEN BADA,** oinarrizko integrala da. Kasu hauetan berehala ikusten da integratu behar dan funtzioaren **jatorria** zein dan. Hauek dira integralen taulan lehenengo zutabean agertzen direnak.

   Berreketa: $\int x^n\,dx$
   Exponentziala: $\int e^x\,dx$, $\int a^x\,dx$
   Trigonometrikak: $\int \sin x\,dx$, $\int \cos x\,dx$…
   Logaritmika: $\int 1/x\,dx$………..

4. Aztertu ea **BEREHALAKO INTEGRAL KONPOSATUA** izan daiteken. Horrela izateko, integratuko dana katearen erregelaren bitartez lortutako deribatua da. Beraz, funtzioren bat bestearen deribatua izan behar da: **$\int f'(x)\cdot g(f(x))\,dx$** . Funtzioen biderketak agertzen dira. Hauek dira integralen taulan bigarren zutabean agertzen direnak.

$\int k\,dx = kx + c$
$\int f(x)^n \cdot f'(x)dx = \frac{f(x)^{n+1}}{n+1} + c$
$\int \frac{f'(x)}{f(x)}dx = ln\,\lvert f(x)\rvert + c$
$\int e^{f(x)}\cdot f'(x)\,dx = e^{f(x)} + c$
$\int a^{f(x)}\cdot f'(x)\,dx = \frac{a^{f(x)}}{ln\,a} + c$
$\int sen\,(f(x))\cdot f'(x)\,dx = -cos\,f(x) + c$
$\int f'(x)\cdot cos\,(f(x))\,dx = sen\,f(x) + c$
$\int \frac{f'(x)}{cos^2 f(x)}dx = tg\,f(x) + c$
$\int \frac{f'(x)}{sen^2 f(x)}dx = -cotg\,f(x) + c$
$\int \frac{f'(x)}{\sqrt{1-f(x)^2}}dx = arc\,sen\,f(x) + c = -arc\,cos\,f(x) + c$
$\int \frac{f'(x)}{1+f(x)^2}dx = arctg\,f(x) + c$

5. **ORDEZKAPEN METODOA:** Integratzea erreza ez bada, ordezkapen metodoa erabili. **Aldagai aldaketa** erabili integrala errezteko. Egiten dan ordezkapenaren arabera integralaren kalkulua erreztu edo konplikatu daiteke. Orokorrean forma hauek izango dira:

INTEGRALEAN	ALDAGAI ALDAKETA ERAGINKORRENA
ERRO KARRATUA	$t=\sqrt{Polinomioa}$ *edo* $t=Polinomioa$
BESTE ERROAK	$t=\sqrt[m]{Polinomioa};$ m=errotzaileen mkt
FUNTZIO EXPONENTZIALA	$t=e^{nx}$ n=balio txikiena duena
FUNTZIO LOGARITMIKOAK	*t=ln(x)*

6. **ZATIKAKO METODOA.** Metodo hau, **bi funtzioen arteko biderketaren integrala** kalkulatzeko erabiliko da, ez denean erabiltzen berehalako integralak. Metodo honetan funtzioak “desberdinak “dira. Formua bat erabiltzen: $\int \boldsymbol{u\,dv}$ Integralarenen barruan, funtzio bat deribatzea erreza izango da eta bestea integratzea. **ALPES** hitzaren bitartzen funtzioen aukeraketa egingo da. Batzutan metodoa behin baino gehiagotan erabili beharko da.

   Formula gogoratzeko esaldi hau erabil daiteke:

   “Un **D**ia **V**i, **U**na **V**aca sin(-) rabo $\int$ **V**estida **D**e **U**niforme”

$$\int \boldsymbol{u\,dv} = \boldsymbol{u\,v} - \int \boldsymbol{v\,du}$$

A: Arku funtzioak

L: Logaritmoak

P: Polinomioak

E: Esponentzialak

S: Sinua, kosinua, tangentea

7. **INTEGRAL ARRAZIONALAK** $\int \frac{P(x)}{Q(x)}dx$

$\boxed{Deg\, P(x) \geq Deg\, Q(x)}$ **bada ZATIKETA DESKONPOSATU ZATIKETA EGINEZ**

$$\begin{array}{l|l} P(x) & Q(x) \\ \hline H(x) & Z(x) \end{array} \Rightarrow P(x) = Q(x)\cdot Z(x) + H(x) \Rightarrow \frac{P(x)}{Q(x)} = Z(x) + \frac{H(x)}{Q(x)} \Rightarrow$$

$$\int \frac{\boldsymbol{P(x)}}{\boldsymbol{Q(x)}}\boldsymbol{dx} = \int \boldsymbol{Z(x)dx} + \int \frac{\boldsymbol{H(x)}}{\boldsymbol{Q(x)}}\boldsymbol{dx}$$

$\boxed{Deg\ P(x) < Deg\ Q(x)}$

LOGARITMO NEPERTARRA izateko zenbakitzailea, izendatzailearen deribatua da

$$\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = ln|f(x)| + k$$

$$\int \frac{x}{x^2+4} dx = \frac{1}{2} \int \frac{2x}{x^2+4} dx = \frac{1}{2} Ln|x^2+4| + k$$

ARKUTANGENTEA izateko, izendatzailea $1 + f(x)^2$ formakoa izan behar da

$$\int \frac{f'(x)}{1+f(x)^2} dx = arc\ tg\ f(x) + k$$

$$\int \frac{1}{5x^2+1} dx = \frac{1}{\sqrt{5}} \int \frac{\sqrt{5}\,x}{(\sqrt{5}x)^2+1} dx = \frac{1}{\sqrt{5}}\ arctg(\sqrt{5}x) + k$$

BESTE KASUAK EBAZTEKO

Orokorrean, izendatzailea faktorizatu egiten da : $Q(x) = 0$ eta izendatzailearen erroen arabera, zatiki aljebraiko sinpleagoetan deskonposatzen da, konstanteak kalkulatzen dira eta integral sinpleak kalkulatzen dira.

Erroen arabera deskonposaketa horrela izango da:

Erro **SINPLEA** $(x-a)$ zatikia $\frac{A}{x-a}$

Erro **BIKOITZA** $(x-a)^2$ zatikia $\frac{A}{x-a} + \frac{B}{(x-a)^2}$

Erro **HIRUKOITZA** $(x-a)^3$ zatikia $\frac{A}{x-a} + \frac{B}{(x-a)^2} + \frac{B}{(x-a)^3}$

……………..

Erro **KONPLEXUAK/IMAGINARIOA** $ax^2 + bx + c$ zatikia $\frac{Px+Q}{ax^2+bx+c}$

- Arkutangenteak
- Beste kasu batzuk (ez dira aurten ikusiko)

ADIBIDE BAT: ERRO KONPOSATUAK (erro hirukoitza)

$$\int \frac{3x^2-5x+1}{(x-2)^3} dx = \int \left[\frac{A}{x-2} + \frac{B}{(x-2)^2} + \frac{C}{(x-2)^3}\right] dx$$

$$\frac{3x^2-5x+1}{(x-2)^3} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{(x-2)^2} + \frac{C}{(x-2)^3} = \frac{A(x-2)^2 + B(x-2) + C}{(x-2)^3}$$

$$Si\ x = 2 \rightarrow \boxed{3 = C}$$

$$Si\ x = 0 \rightarrow 1 = 4A - 2B$$

$$Si\ x = 1 \rightarrow -1 = A - 3B$$

$$Si\ resolvemos\ el\ sistema{:}\ \boxed{A = \frac{1}{2}; B = \frac{1}{2}}$$

$$\int \left[\frac{1}{2(x-2)} + \frac{1}{2(x-2)^2} + \frac{3}{(x-2)^3}\right] dx = \frac{1}{2}\ln(x-2) - \frac{1}{2(x-2)} - \frac{3}{2(x-2)^2} + C$$